

2024 年山西对口升学考试卷

数学真题

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共计 30 分）

1. $A = \{x | x^2 - 1 = 0\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{1, 2\}$ B. $\{-1, 1, 2, 3, 4\}$ C. $\{1\}$ D. $\{2\}$

2. 等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3, a_2 = 6$, 则 $a_4 =$ ()

- A. 12 B. 9 C. 16 D. 24

3. 下列函数在其定义域内是偶函数的是 ()

- A. $f(x) = x^2 + \sin x$ B. $f(x) = x^2 + \cos x$ C. $f(x) = x^2 + x + 1$ D. $f(x) = x^3 + x^2 + 1$

4. 下列函数在其定义域内是单调增函数的是 ()

- A. $f(x) = |\sin x|$ B. $f(x) = \tan x$ C. $f(x) = x^2 + 3$ D. $f(x) = x^3 + 3$

5. 已知直线方程为 $y = \sqrt{3}x + 6$, 则该直线向上的方向与 x 轴正方向的夹角为 ()

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$

6. 如果向量 $\vec{a} = (2, 3)$, $\vec{b} \parallel \vec{a}$, 则向量 \vec{b} 有可能是 ()

- A. (1, 2) B. (4, 6) C. (2, 4) D. (3, 5)

7. 设 a 为常数项, 则 $a \cdot (a^2)^3 =$ ()

- A. a^7 B. a^6 C. a^5 D. a^8

8. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A, \angle B, \angle C$ 所对应的边为 a, b, c , 若 $a = 3, b = 5, \angle C = 60^\circ$, 则 $c =$ ()

- A. 4 B. $\sqrt{19}$ C. 2 D. $\sqrt{29}$

9. 抛物线 $y^2 = 5x$ 得准线方程式 ()

- A. $x = \frac{5}{2}$ B. $x = \frac{5}{4}$ C. $x = -\frac{5}{2}$ D. $x = -\frac{5}{4}$

10. 在 $(p+q)^6$ 的二项展开式中, 最大的系数是 ()

- A. 6 B. 15 C. 20 D. 35

二、填空 (本大题共 8 小题, 每题 4 分, 共 32 分)

11. 十进制数 7 转化为二进制数是_____.

12. $\log_3\left(\frac{3}{5}\right) + \log_3 5 =$ _____.

13. $\sin^2(2x) + \cos^2(2x) =$ _____.

14. 设向量 $\vec{a} = (2, 2), \vec{b} = (4, 3)$, 则 $|\vec{b} - \vec{a}| =$ _____.

15. 已知直线 $y = 3x + 2$ 与直线 $2y = ax + 1$ 平行, 则 $a =$ _____.

16. 已知球半径为 3, 则球的表面积为_____.

17. 函数 $y = \sqrt{1-x^2}$ 的定义域是_____.

18. 设函数 $f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0 \\ 1-x^2, & x > 0 \end{cases}$, 则 $f[f(-1)] =$ _____.

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 38 分)

19. (6 分) 已知 $\tan \alpha = \frac{1}{5}, \tan \beta = \frac{1}{2}$, 求 $\tan(\alpha + \beta)$.

20. (6分) 设等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $S_3 = 30, a_1 + a_5 = 10$, 求该数列第 10 项 a_{10} .

21. (6分) 求过圆 $x^2 + y^2 = 4$ 上的点 $P(1, \sqrt{3})$, 且与圆相切的直线 l 的方程.

22. (6分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A, \angle B, \angle C$ 所对应的边分别为 a, b, c , 已知 $\angle B = 120^\circ, c = \sqrt{3}, b = 3$, 求 $\angle C$.

23. (6分) 解不等式组 $\begin{cases} |2x-6| \geq 8 \\ 3x+2 > x-2 \end{cases}$

24. (8分) 从 50 件产品中，任取 4 件，问：

(1) 一共有多少种不同的取法？

(2) 如果 50 件产品中有 2 件是次品，则抽出的 4 件中恰好有一件次品的抽法共有多少种？

(3) 如果 50 件产品中有 2 件是次品。则抽出的 4 件中至少有一件次品的抽法共有多少种？

山西省 2024 年对口升学考试卷答案解析

1. **解析:** 集合 A 中 $x^2 - 1 = 0, x = \pm 1$, $\therefore A \cap B = \{1\}$, 选 C.

2. **解析:** $a_2 = a_1 \cdot q, 6 = 3q, q = 2$, 则 $a_4 = a_2 \cdot q^2 = 6 \times 4 = 24$, 选 D.

3. **解析:** A 选项中 x^2 为偶, $\sin x$ 为奇, $\therefore A$ 是非奇非偶

B 选项中 x^2 为偶, $\cos x$ 为偶 $\therefore B$ 是偶函数

C 选项中 x^2 和 1 是偶, x 是奇 $\therefore C$ 是非奇非偶

D 选项中 x^3 是奇, 3 是数字为偶 $\therefore D$ 是非奇非偶

所以答案选 B

4. **解析:** A 和 B 选项都是三角函数, $\sin x$ 和 $\tan x$ 都是周期函数, 所以在定义域内不可能为单调增函数。

C 选项为二次函数, 在 $(-\infty, 0]$ 上递减, 在 $[0, +\infty)$ 上递增, 所以在定义域内不是单调增函数

D 选项中 x^3 在 \mathbb{R} 上都是增函数, $x^3 + 3$ 在 \mathbb{R} 上也是单调增函数, 选 D.

5. **解析:** 直线向上的方向与 x 轴正方向的夹角即为直线倾斜角 α , 由题可知:

$$k = \tan \alpha = \sqrt{3} \quad \therefore \alpha = \frac{\pi}{3}, \text{ 选 A.}$$

6. **解析:** $\vec{b} \parallel \vec{a}$, 则有 $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{3}$, 只有 B 选项符合, 选 B.

7. **解析:** $a \cdot (a^2)^3 = a \cdot a^6 = a^7$, 选 A

$$C^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos c$$

8. **解析:** 由余弦定理: $= 9 + 25 - 2 \times 3 \times 5 \cdot \frac{1}{2}$
 $= 19$

$\therefore c = \sqrt{19}$, 选 B

9. 解析: $y^2 = 5x, 2p = 5, p = \frac{5}{2}$, 准线 $x = -\frac{p}{2} = -\frac{5}{4}$ 选 D

10. 解析: 由二项式展开式可知, 最大系数为 $C_6^3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$, 选 C。

二、填空题

11. 解析: 用 7 除 2 得到 3 个余数 111, $\therefore 7 = (111)_2$

12. 解析: $\log_3^{\frac{3}{5}} + \log_3^5 = \log_3^{\frac{3}{5} \times 5} = \log_3^3 = 1$

13. 解析: 由平方关系式可得: $\sin^2(2x) + \cos^2(2x) = 1$

14. 解析: $\vec{b} - \vec{a} = (2, 1)$, 则 $|\vec{b} - \vec{a}| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

15. 解析: 两直线平行, 斜率相等, $k_1 = 3, k_2 = \frac{a}{2}, k_1 = k_2, \therefore a = 6$

16. 解析: $S_{\text{球}} = 4\pi r^2 = 4\pi \times 9 = 36\pi$

17. 解析: 定义域为 $1 - x^2 \geq 0, x \leq 1, -1 \leq x \leq 1$

\therefore 定义域为 $[-1, 1]$

18. 解析: $f(-1) = -2 \times (-1) = 2$
 $f(f(-1)) = f(2) = 1 - 2^2 = -3$

三、解答题

19. 解析: $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} = \frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{5} \times \frac{1}{2}} = \frac{7}{9}$

20. 解析:

$$a_1 + a_5 = 2a_3 = 10, a_3 = 5$$

$$S_3 = \frac{3(a_1 + a_3)}{2} = 30, \text{解得: } a_1 = 15$$

$$a_3 = a_1 + 2d, 5 = 15 + 2d, d = -5$$

$$\therefore a_{10} = a_1 + 9d = 15 + 9 \times (-5) = -30$$

21.解析：设直线 l 方程为 $y - \sqrt{3} = k(x - 1)$

$$\text{即： } kx - y + \sqrt{3} - k = 0$$

圆 $x^2 + y^2 = 4$ 的圆心为 $(0,0)$ ，半径 $r = 2$

圆与直线 l 相切， $d = r$

$$\frac{|\sqrt{3} - k|}{\sqrt{k^2 + 1}} = 2, \text{ 解得： } k = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 方程为： } -\frac{\sqrt{3}}{3}x - y + \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = 0$$

$$\text{化简为： } x + \sqrt{3}y - 4 = 0$$

22.解析：由正弦定理：
$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{3}{\sin 120^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{\sin C}, \sin C = \frac{1}{2}$$

$\therefore \angle B = 120^\circ \therefore \angle C$ 为锐角

$$\therefore \angle C = 30^\circ$$

23.解析：
$$\begin{cases} |2x - 6| \geq 8, \text{ 解得： } x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 7 \\ 3x + 2 > x - 2, \text{ 解得： } x > -2 \end{cases}$$

$$\therefore \text{不等式解集为： } \{x | -2 < x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 7\}$$

24.解析：(1) $C_{50}^4 = 230300$ 种

(2) $C_2^1 \cdot C_{48}^3 = 34592$

(3) 直接法： $C_2^1 \cdot C_{48}^3 + C_2^2 \cdot C_{48}^2 = 35720$

间接法： $C_{50}^4 - C_{48}^4 = 35720$